Universitat Autònoma de Barcelona - Universitat de València
ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS 44-1 (2026), 165-182
Innovaciones didácticas
https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.6474
ISSN (impreso): 0212-4521 / ISSN (digital): 2174-6486

© del autor

Estrategias de medida indirecta: un enfoque de trabajo colaborativo en el terreno

Indirect Measurement Strategies: A Collaborative Approach in the Field

Lluís Albarracín, Francisco Rojas, Alba Torregrosa
Departament de Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra (Cerdanyola del Vallès), Barcelona, España.
lluis.albarracin@uab.cat, franciscojavier.rojas@uab.cat, alba.torregrosa@uab.cat
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1387-5573, https://orcid.org/0000-0002-0328-8156, https://orcid.org/0000-0001-7954-3507

RESUMEN • Este estudio diseña y valida una secuencia de actividades colaborativas centradas en el aprendizaje de la medida en la formación de futuros maestros de Educación Primaria. La propuesta se enmarca en una problemática recurrente en la enseñanza de la medida, el uso excesivo de la aritmética frente a la elaboración de estrategias propias. La propuesta, desarrollada en contextos reales, combina trabajo individual y grupal para resolver problemas de medida indirecta. Los resultados muestran que el trabajo cooperativo y las experiencias prácticas fortalecen significativamente los procedimientos de medida, aunque persisten dificultades en la asimilación individual de algunos conceptos. Se concluye que las actividades colaborativas favorecen una comprensión matemática más profunda e integrada, pese a la existencia de ciertas barreras conceptuales aún no superadas por algunos participantes.

PALABRAS CLAVE: Formación del profesorado; Aprendizaje colaborativo; Enseñanza de la medida; Medidas indirectas.

ABSTRACT • This article designs and validates a sequence of collaborative activities focused on learning measurement in the training of future primary school teachers. The proposal addresses a recurring problem in teaching measurement: the excessive use of arithmetic rather than the development of personal strategies. The proposal, developed in real contexts, combines individual and group work to solve indirect measurement problems. The results show that cooperative work and practical experiences significantly strengthen measurement procedures, although difficulties persist in the individual assimilation of some concepts. It is concluded that collaborative activities promote a deeper and more integrated mathematical understanding, despite the existence of certain conceptual barriers that have not yet been overcome by some participants.

KEYWORDS: Teacher education; Collaborative learning; Teaching measurement; Indirect measures.

Recepción: mayo 2025 • Aceptación: enero 2026 • Publicación: marzo 2026

Albarracín, L., Rojas, F. y Torregrosa, A. (2026). Estrategias de medida indirecta: un enfoque de trabajo colaborativo en el terreno. *Enseñanza de las Ciencias*, *44*(1), 165-182.
https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.6474

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas se ha identificado una problemática sostenida en el tiempo relativa a la enseñanza de la medida. Autores como Chamorro y Belmonte (1988) o Smith et al. (2011) señalan que tanto el alumnado en su etapa obligatoria como los futuros maestros de educación primaria muestran grandes dificultades al enfrentarse a tareas de medida. El tratamiento aritmetizado de la medida puede generar que los futuros maestros mantengan esta comprensión durante su formación inicial, favoreciendo un tratamiento procedimental de las matemáticas escolares (Ball, 1990), en particular de la medida, aunque estuvieran interesados en enseñarla conceptualmente (Eisenhart et al., 1993). Este fenómeno, llamado *aritmetización de la medida* (Chamorro y Belmonte, 1988), no solo se manifiesta por la ausencia de situaciones contextualizadas sobre el terreno, sino también por la escasa atención a aspectos fundamentales del desarrollo del sentido de la medida, como la percepción y comparación de magnitudes, la estimación, la lectura de escalas o la precisión durante el proceso de medición. En lugar de corregirse, este fenómeno ha seguido presente en los materiales curriculares y en las aulas de educación obligatoria (Montoro et al., 2021). En este sentido, los estudios de textos escolares que tratan la medida muestran que estos se orientan hacia un trabajo exclusivamente numérico y no contextualizado, en el que no se requiere que los estudiantes tomen decisiones relacionadas con la elección de unidades o instrumentos de medida (Mengual et al., 2017).

Un elemento clave para determinar la forma en la que se trabaja la medida en las aulas es el profesorado, pero se da la circunstancia paradójica de que la formación previa para acceder al grado de maestro de primaria no ha permitido que los futuros maestros desarrollen por completo sus conocimientos de medida. Nortes y Nortes (2023) señalan que los estudiantes que acceden al grado de maestro cometen errores en actividades de medida por distintos factores, como son la falta de comprensión de los enunciados, los cálculos incorrectos, o por desconocimiento o uso inadecuado de conceptos, definiciones o propiedades de los elementos propios de la medida. Tal y como señalan Caviedes et al. (2019) cuando los estudiantes se enfrentan a tareas de comparación de áreas, estos privilegian el uso de procedimientos numéricos, así como el uso de fórmulas, ignorando procedimientos geométricos intuitivos que facilitarían la tarea de cuantificar el área. Contextos como el anterior, observados en otras investigaciones como las de Cavey y Berenson (2005), producen una situación cíclica que requiere de un punto de ruptura. Ante estas situaciones es necesario explorar mecanismos específicos que generen un cambio de tendencia respecto a la enseñanza de la medida desde la formación del profesorado.

El mecanismo que exploramos en este artículo es una propuesta didáctica de medida indirecta diseñada para que futuros maestros de primaria reconceptualicen sus conocimientos de medida, habilitando una comprensión crítica de estos contenidos y generando un conocimiento profundo de las matemáticas fundamentales (Ma, 1999). Por medida indirecta entendemos aquella en la que el valor de la medida de una cantidad de magnitud no se puede obtener aplicando directamente un instrumento sobre el objeto, ya sea por la falta de instrumentos adecuados, ya sea porque los elementos del objeto que se debe medir no son accesibles (Pizarro et al., 2016). Elegimos las medidas indirectas porque suponen el culmen de las actividades de medida que se trabajan en las etapas educativas obligatorias (Clements y Sarama, 2020), lo que debería incidir en el desarrollo de conocimiento de la medida de los futuros docentes. El uso de medidas indirectas ha sido recomendado en el pasado (Mallory, 1945; Myers, 1903) y su necesidad didáctica se mantiene vigente (Barrantes et al., 2020) por su potencial didáctico para desarrollar comprensión sobre los aspectos clave de la medida.

En Educación Matemática se han desarrollado estudios con estudiantes de secundaria que involucran medidas indirectas en problemas de proporcionalidad (Van Dooren et al., 2003) o con futuros profesores de secundaria en el ámbito de la trigonometría (Cruz-Márquez y Montiel-Espinosa, 2024), pero no hemos encontrado en la literatura estudios que se centren en la formación del profesorado

de educación primaria usando medidas indirectas como actividad que promueva conocimientos de medida. Desde el punto de vista de la formación de maestros, el estudio de las medidas indirectas aparece como una oportunidad para revisitar y reconceptualizar diversos elementos clave del proceso de medida. Este hecho sitúa a los futuros maestros ante la necesidad de tomar un amplio número de decisiones respecto a los elementos que pueden ser medidos directamente y los que no, la elección y el uso adecuado instrumentos de medida para cada situación, la gestión del error en las medidas y el papel de cada medida en el modelo geométrico creado.

En cuanto al diseño que enmarca la secuencia de actividades de esta propuesta didáctica de medida indirecta, tomamos como referencia las orientaciones de Chapman (2009) y Szydlik et al. (2003), quienes destacan el valor del trabajo colaborativo en la resolución de problemas matemáticos. Según estos autores, la colaboración es una estrategia recomendada para los profesionales de la educación, ya que facilita el abordaje de problemas complejos en la práctica docente y contribuye a mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje (Boavida y Ponte, 2002; Hargreaves, 1994). Por ello, optamos por una propuesta de aprendizaje colaborativo que, además, incorpora trabajo sobre el terreno. Esta última decisión se fundamenta en estudios previos (Segura et al., 2023) que evidencian que el trabajo sobre el terreno, en contextos reales, favorece el desarrollo de estrategias específicas y la capacidad de adaptación de los futuros maestros.

Por ello, nuestro objetivo es determinar hasta qué punto una secuencia de actividades de medida indirecta, basada en el trabajo colaborativo y contexto real, que incluye actividades sobre el terreno, hace evolucionar las estrategias de medición presentadas por los futuros maestros. Para ello implementamos la secuencia en el marco de una asignatura obligatoria de primer curso del grado de Educación Primaria y la validamos a partir del análisis detallado de las producciones de los participantes para uno de los problemas de medida indirecta utilizados, específicamente, el caso de la longitud.

MARCO TEÓRICO

Medidas directas e indirectas

Según el *International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms* (ISO et al., 2012), un método de medición es una descripción general de una secuencia de acciones que determina una medida. Se distingue entre los métodos de medición directos e indirectos como tipos distintos de métodos de medición. Las medidas directas son aquellas en las que es posible utilizar un instrumento de medida para obtener el valor numérico de una magnitud aplicando el instrumento de medida sobre el objeto que debe medirse (Pizarro et al., 2016). Estos autores señalan que este proceso no siempre es posible, ya sea por no disponer de instrumentos que se ajusten a las medidas necesarias (una regla rígida para medir la longitud de una curva), ya sea porque los elementos del objeto que debe medirse son inalcanzables. En este caso, entran en juego las medidas indirectas, es decir, aquellos métodos de medida en los que el valor deseado de una cantidad se determina basándose en los resultados de mediciones directas de otras cantidades relacionadas funcionalmente con la cantidad deseada (ISO et al., 2012). Así pues, una característica específica de las mediciones indirectas (a diferencia de las directas) es la relación funcional entre el valor buscado de la magnitud y los valores obtenidos directamente de los instrumentos de medición. Así, Pizarro et al. (2016) proponen la utilización de medidas indirectas, como aquellas que no pueden obtenerse por un procedimiento directo y que pueden trabajarse con alumnos de 4º de primaria en adelante (Montoro et al., 2021).

Para implementar una medida indirecta es necesario desarrollar un proceso de medida complejo. Al no poder medir directamente es necesario movilizar diversos conocimientos de medida y coordinarlos de manera adecuada. Por ejemplo, es posible descomponer el objeto que debe medirse en objetos más

simples o utilizar modelos a escala y utilizar el razonamiento proporcional. Para las magnitudes de longitud, área y volumen, es necesario desarrollar un modelo de tipo geométrico en el que se sustente el resultado a partir de mediciones directas auxiliares, utilizando relaciones matemáticas o fórmulas para deducir el valor de una magnitud a partir de otras medidas o de información conocida de antemano. Este proceso de medición indirecta no tiene una formulación universal y tiene que adaptarse a las características del objeto que debe medirse y del contexto en el que se produce la medida. La medida indirecta es un procedimiento clave en múltiples áreas científicas en las que no es posible acceder completamente a todos los componentes de un fenómeno o desarrollar instrumentos de medición específicos.

La enseñanza de la medida

La medida es considerada como una actividad matemática transversal a todas las culturas, y como tal la medida se ocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia en la actividad humana (Bishop, 1999). Si bien antiguamente los alumnos tenían numerosas oportunidades de aprendizaje sobre medida en sus propios contextos familiares, en la actualidad esta práctica ha disminuido debido a los cambios hacia una sociedad más especializada, tecnológica y digital, promoviendo la exactitud de la medida, a la vez que ocultando el valor de la estimación y el rol del error en la medición (Chamorro, 2003).

Desde el punto de vista curricular, tanto los estándares del NCTM (2000) como las trayectorias de aprendizaje desarrolladas por Clements y Sarama (2020) consideran dos grandes procesos que deben desarrollarse en toda la etapa escolar. Por una parte, comprender los atributos medibles de los objetos y las unidades necesarias;por otra, aplicar técnicas, herramientas y fórmulas apropiadas para determinar esas medidas. En este sentido, al terminar la educación primaria los alumnos deberían ser capaces de realizar mediciones sobre perímetros, áreas, volúmenes, ángulos, capacidades y masas. A su vez, deberían ser capaces de estimar y usar las medidas para describir y comparar fenómenos, seleccionando unidades y herramientas adecuadas con el nivel de exactitud que se requiera.

En España, las orientaciones curriculares actuales hacen énfasis en el desarrollo del sentido de la medida, donde sus elementos clave son la comprensión de atributos medibles, la selección de unidades pertinentes para estimar, el uso razonado de instrumentos para medir y la comprensión de las relaciones entre magnitudes a través de la experimentación, entre otros (Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo). A partir de ello, estudios que caracterizan el conocimiento matemático de futuros maestros al inicio de su formación inicial (Gorgorió y Albarracín, 2020) plantean que en el ámbito de la medida sería necesario que estos comprendan el significado de magnitud medible y de los procesos de medida; el conocimiento de las unidades de medida decimales y sexagesimales correspondientes y de los mecanismos para resolver situaciones de cambio de unidades, así como el dominio de los conocimientos y las habilidades necesarias para resolver situaciones diversas relacionadas con las ideas de perímetro, área y volumen.

En cuanto a la longitud, Clements y Sarama (2015) destacan que el alumnado entre los 3 y los 8 años debería dominar conceptos como: la identificación del atributo, la conservación, la transitividad, la partición equitativa, la iteración, la acumulación, la aditividad, el origen y la relación número-medida. Respecto a la trayectoria de aprendizaje de la longitud, Clements y Sarama (2015) señalan que debería iniciarse con comparaciones directas y el uso de vocabulario específico (alto, largo, estrecho...), evolucionando hasta las comparaciones indirectas y las seriaciones. En este sentido, vemos que dichos autores hacen hincapié en el trabajo de la comparación indirecta que precede a la introducción de la medición indirecta.

Dado que esta trayectoria no abarca niveles superiores a los 8 años, recurrimos al NCTM (2000), que ofrece una progresión curricular desde Pre-K hasta grado 12, en términos relacionados con la medida de longitud. En esta progresión, se enfatiza la relación de la medida de la longitud con procesos matemáticos como la resolución de problemas y el razonamiento, incluyendo dos bloques: comprensión de atributos y aplicación de técnicas. Desde los 8 años se deberían introducir unidades estándar, conversiones, fórmulas y estimaciones. En grados superiores (12-14 años), la progresión destaca el trabajo con escalas, medidas derivadas (velocidad, densidad) y análisis del error.

En este sentido, observamos cómo las referencias a la medición indirecta son escasas a partir de los 8 años, hecho que evidencia las dificultades asociadas a la medición halladas por distintos autores (Rojas et al., 2025). Así pues, el foco de la construcción de la longitud en educación infantil y primaria se sitúa en la medición directa y no tanto en la indirecta, del mismo modo que se centra gran parte del proceso de medición de la longitud en segmentos rectos y no circulares. Este hecho se relaciona con las dificultades que experimentan los futuros maestros en formación (Smith et al., 2011) y pone de relevancia la importancia de trabajar más profundamente con medidas no convencionales y tareas que promuevan la implementación de varias estrategias para construir conocimientos completos y conectados (Caviedes et al., 2023).

METODOLOGÍA

Contexto y participantes

La propuesta didáctica que presentamos en este estudio se ha llevado a cabo en el grado de Educación Primaria de la Universitat Autònoma de Barcelona en el curso 2023-2024, específicamente en la asignatura Matemáticas para maestros, en el primer año del grado. El estudio se desarrolla dentro del marco de la unidad temática de medida, y la actividad corresponde al desarrollo de la práctica de este bloque de contenidos, por lo que es una actividad obligatoria para los estudiantes. En el presente estudio han participado 68 estudiantes de uno de los grupos de la asignatura. Como se describirá más adelante, los alumnos trabajaron de forma individual, pero también colaborativa, conformando pequeños grupos de trabajo. En este sentido, se conformaron 17 grupos de manera libre entre los estudiantes, de entre 3 y 5 estudiantes cada uno. La actividad fue desarrollada en dos días de clases consecutivos, siendo la mayor parte del trabajo individual y colaborativo desarrollado el primer día.

Propuesta didáctica

La actividad de medida indirecta para la formación de maestros de primaria que presentamos en esta propuesta tiene dos elementos clave de diseño. En primer lugar, consideramos el rol del trabajo colaborativo en la secuencia de aprendizaje como un elemento clave de su diseño (Chapman, 2009; Szydlik et al., 2003). La colaboración es una estrategia recomendada para los profesionales de la educación, ya que facilita el abordaje de problemas complejos en la práctica docente y contribuye a mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje (Boavida y Ponte, 2002; Hargreaves, 1994). En segundo lugar, completamos el trabajo colaborativo con el trabajo de medida empírica sobre el terreno. Esta segunda decisión se fundamenta en estudios previos (Segura et al., 2023) que evidencian que el trabajo sobre el terreno y en contextos reales favorece el desarrollo de estrategias específicas y la capacidad de adaptación de los futuros maestros.

Para integrar ambos aspectos, colaboración y trabajo sobre el terreno, se diseñaron cuatro fases de trabajo en las cuales los estudiantes para maestro generan propuestas individuales y colectivas para determinar medidas concretas ubicadas en el entorno inmediato en el que realizan sus estudios.

Inicialmente, cada estudiante diseña en la fase 1 una propuesta individual para medir magnitudes específicas, a partir de una imagen facilitada en la guía de trabajo. En la fase 2, y aun sin ir al terreno, los estudiantes se organizan en grupos para contrastar sus propuestas, argumentar sus elecciones y consensuar una estrategia común que detalle de manera precisa los procedimientos de medición que podrían aplicar en el terreno. Posteriormente, en la fase 3, los grupos salen al patio de la Facultad para implementar la estrategia acordada, para lo cual tenían disponibles instrumentos de medida de longitud, como cintas métricas, flexómetros y odómetros. En este proceso, introducen modificaciones pertinentes a sus estrategias que pudieron haber observado como necesarias durante la ejecución del proceso de medida, y elaboran un informe para sistematizar el proceso seguido y los resultados obtenidos. Finalmente, en la fase 4, se lleva a cabo una puesta en común orientada por el formador, quien analiza críticamente las estrategias empleadas por los estudiantes y promueve la identificación de errores en la aplicación de dichas estrategias sobre el terreno, con la finalidad de que los estudiantes formulen una propuesta de mejora fundamentada del proceso de medida llevado a cabo. En el caso de que la estrategia empleada por los estudiantes en la fase 3 sea exitosa, se propone a los estudiantes que redacten un informe de mejora en la fase 4 que contemple con mayor exhaustividad el proceso de medida indirecta llevada a cabo.

En esta propuesta, se eligieron cuatro medidas indirectas que involucraban diversas magnitudes y el desarrollo de múltiples estrategias de medida. Dos de ellas corresponden a medidas de longitudes, una de medida de área y una de medida de volumen. En concreto, estas son el diámetro del alcorque de un árbol y la altura de la hoja más alta de un árbol, el área de un jardín claramente delimitado (utilizando solo unidades antropométricas) y el volumen de una farola incluyendo su mástil y la lámpara superior. En todas ellas se debía medir una magnitud que no podía ser medida de forma directa. En el caso del diámetro del alcorque, que es la actividad en la que se centra el presente estudio, hallamos el tronco de un árbol en el centro del alcorque. En el caso de la altura de la hoja del árbol esta es inaccesible, y en los casos de área y volumen se requiere de una combinación de medidas lineales. Así pues, consideramos los cuatro casos como medidas indirectas. Se pueden encontrar más detalles sobre el desarrollo de cada medida indirecta en Rojas y Albarracín (2024).

Objetivos

El propósito de este estudio es validar una propuesta didáctica basada en el trabajo colaborativo y la medición en contexto real para hacer evolucionar las estrategias de medida de longitud indirecta de los futuros maestros. Para validar la secuencia de actividades de medida indirecta presentadas anteriormente (fases 1 a 4) como mecanismo de formación de maestros de primaria, y si ello tiene impacto en su conocimiento final, nos hemos planteado los siguientes objetivos específicos.

- OE1. Identificar las estrategias de medida indirecta que los futuros maestros de educación primaria proponen al participar en la medición de longitudes.
- OE2. Analizar la evolución de las estrategias de medida indirecta utilizadas por los participantes a lo largo de las distintas fases de la secuencia de actividades.
- OE3. Evaluar el impacto del trabajo colaborativo y contextualizado sobre el terreno en la mejora de las estrategias de medida indirecta desarrolladas por los grupos.
- OE4. Examinar la transferencia del conocimiento adquirido sobre medida indirecta a contextos individuales posteriores, particularmente en la evaluación final.

Para ello, focalizamos este estudio en los procedimientos de medida para determinar el diámetro de la circunferencia de distintos alcorques (figura 1) presentes en la Facultad, lo cual se trata de una medida indirecta porque no es posible esquivar la presencia del árbol. Se debe hacer notar que los participantes hallaron el diámetro de distintos alcorques que, si bien no tienen el mismo perímetro, son similares en cuanto a sus medidas.



Fig. 1. Imagen de uno de los alcorques presentes en la Facultad

Recolección de datos

Para responder a estos objetivos, se utilizan como datos del estudio las producciones de los estudiantes en cada una de las fases de trabajo de la propuesta didáctica ya descrita, tanto individuales como grupales, además de las respuestas a una pregunta del examen final de la asignatura. De la fase 1 se recoge la producción individual de proceso de medición del diámetro del alcorque y de la fase 2 se recoge la producción grupal consensuada. De la fase 3 se recoge el informe completo del proceso ejecutado y los resultados de la medición de los distintos alcorques y de la fase 4 se recoge la propuesta de mejora posterior a la puesta en común. En la tabla 1 se pueden ver las instrucciones específicas que se le daban a los estudiantes en cada fase de la propuesta, ejemplificadas en el caso de la medida del diámetro del alcorque. Los datos del estudio corresponden a cada una de las respuestas a cada una de estas cuestiones.

Tabla 1.
Instrucciones proporcionadas a los estudiantes para cada fase de la propuesta

	Fase	*Instrucciones*
1	Elaboración de la propuesta individual de medida en el aula	*Describe los **pasos que utilizarías** para medir el diámetro de un alcorque que rodea uno de los olivos de la plaza. Debes incluir los procedimientos, recursos, instrumentos de medida y las unidades empleadas.*
2	Elaboración de la propuesta grupal de medida en el aula	*Describid los **pasos acordados** que utilizaríais para medir el diámetro del alcorque que rodea uno de los olivos de la plaza. Debéis incluir los procedimientos, recursos, instrumentos de medida y las unidades empleadas.*
3	Implementación grupal de la propuesta de medición en el terreno y redacción de informe.	*Escribid el **procedimiento de medida que habéis utilizado**, los datos recogidos y sus resultados. Incluid todas las medidas parciales, esquemas, diagramas, listado de instrumentos y cálculos utilizados para llegar a la medida final.*
4	Puesta en común en el aula y elaboración grupal de propuesta de mejora	*Escribid el **procedimiento de medida que habéis utilizado**, los datos recogidos y sus resultados. Incluid todas las medidas parciales, esquemas, diagramas, listado de instrumentos y cálculos utilizados para llegar a la medida final.*

Nota: negritas añadidas.

Respecto al examen final de la asignatura, que se realizó seis semanas después de la actividad, se recogieron las respuestas a una pregunta en la que se solicitaba detallar un procedimiento de medida para determinar el área del alcorque, con lo que se puede identificar claramente el procedimiento de determinar el radio o el diámetro y conecta con el problema de medida indirecta trabajado en la propuesta anterior. En la figura 2 se muestra la pregunta planteada en el examen.

8. **(1,5 punts)** Les oliveres de la plaça de les oliveres tenen un espai de terra al seu voltant limitat per maons. Resulta que aquest espai es diu escocell. Descriviu detalladament dos procediments diferents per mesurar l'àrea d'un escocell de l'olivera que més us agradi. Especifiqueu els passos i instruments de mesura que faríeu servir. Quin dels dos procediments és més precís?

(Las oliveras de la plaza de las oliveras tienen un espacio en el suelo a su alrededor limitado por ladrillos. Resulta que este espacio se llama alcorque. Describid detalladamente dos procedimientos diferentes para medir el área del alcorque de la olivera que más os guste. Especificad los pasos e instrumentos de medida que utilizaríais. ¿Cuál de los dos procedimientos es más preciso?)

Fig. 2. Pregunta presentada en el examen final (traducción propia)

Análisis

El análisis de la forma en la que los estudiantes para maestro comprenden los procesos de medición a través de medidas indirectas se realizó con un enfoque metodológico cualitativo-interpretativo (Wiesner, 2022), permitiéndonos profundizar en sus interpretaciones, toma de decisiones y significados alcanzados en la resolución del problema. Por otra parte, para examinar el impacto de la propuesta en la construcción del conocimiento sobre la medida, realizamos una comparación de la proporción de éxito en la resolución del problema entre las fases de la propuesta, incluyendo el resultado de la pregunta del examen en lo que atañe a la estrategia de medición.

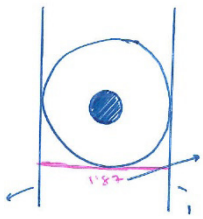
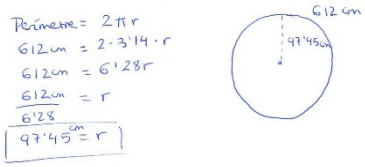
En particular, para cada producción recogida se caracteriza la estrategia de medida específica propuesta o implementada por cada participante o grupo, con el propósito de decidir si permite obtener una medida adecuada del diámetro del alcorque. Para dirigir el análisis, se considera que una estrategia de medida indirecta completa está formada por diversos procedimientos encadenados que permiten llegar a una solución. Siguiendo las definiciones planteadas por Albarracín y Gorgorió (2014) y Segura y Ferrando (2023), entendemos estrategias como un plan diseñado para lograr un objetivo, en este caso, obtener la medida del diámetro del alcorque, compuesto de los procedimientos necesarios (cálculos, estimaciones, etc.) que permiten especificar la estrategia para un problema en particular. Así, en la primera etapa del análisis se caracterizan las estrategias propuestas por los estudiantes y se analizan los procedimientos que permiten diferenciarlas. Posteriormente, se analiza si al seguir ese plan es posible conseguir un resultado adecuado para la medida, se considera entonces la estrategia como exitosa. En caso contrario, cuando no se puede conseguir una medida adecuada, se considera que la propuesta es fallida (Albarracín y Gorgorió, 2014).

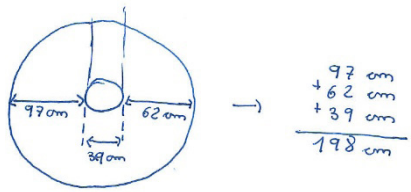
RESULTADOS

Estrategias de medida indirecta identificadas

El proceso de análisis de las estrategias desarrolladas en las propuestas y resoluciones de los futuros maestros nos llevó a identificar tres categorías de estrategias exitosas, además de definir una categoría como estrategia fallida. Las estrategias identificadas se describen en la tabla 2.

Tabla 2.
Estrategias identificadas en la medida indirecta del diámetro del alcorque

Estrategia	*Ejemplo y descripción*
Desplazamiento del diámetro	 Dado que no pueden medir el diámetro directamente por la presencia del árbol, realizan un desplazamiento del diámetro para conservar la distancia.
Medición del perímetro y uso de la fórmula perímetro	 Miden el perímetro del alcorque y luego utilizan la fórmula del perímetro de una circunferencia para obtener el diámetro.

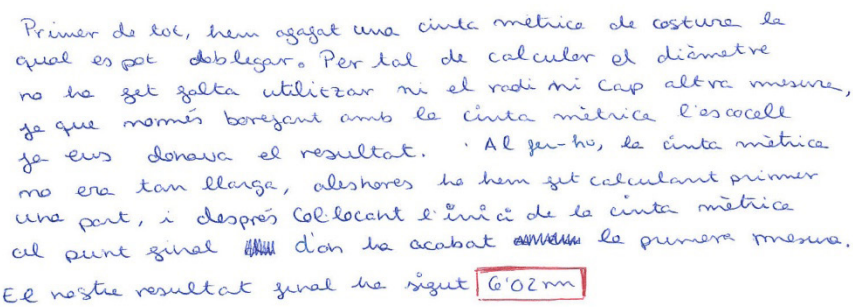
Estrategia	*Ejemplo y descripción*
Descomposición de la medida	 Se descompone el diámetro del alcorque en diferentes partes. Se realiza la medición directa de los segmentos del diámetro del alcorque a cada lado del árbol, y después se desplaza el diámetro del árbol, o bien se calcula este diámetro a través del perímetro del tronco.
Medida directa de la parte inaccesible	En primer lloc, mesuraria els centímetres que ja l'escocell des d'un costat fins a l'interior, on es situa el tronc de l'arbre. En segon lloc, multiplicaria per dos el resultat per obtenir el diàmetre de la circumferència. *(En primer lugar, mediría los centímetros del alcorque desde un lado hasta el interior, donde se sitúa el tronco del árbol. En segundo lugar, multiplicaría por dos el resultado para obtener el diámetro de la circunferencia.)* El procedimiento incluye la medida del diámetro del árbol, que es imposible con cinta métrica.

Es importante destacar que la estrategia de *descomposición de la medida* se basa en el uso coordinado de alguna de las dos primeras estrategias (desplazamiento, o uso de fórmula perímetro) con la medida directa cuando esta es posible.

Por otra parte, para interpretar el impacto de la propuesta en los futuros maestros, es necesario poder determinar si las estrategias que proponen son exitosas o, por el contrario, no permiten obtener una medida adecuada para el diámetro del alcorque, con lo que las consideramos fallidas. Las tres primeras resoluciones presentadas en la tabla 2 son categorizadas como exitosas, ya que permiten obtener mediciones adecuadas para el diámetro del alcorque. Sin embargo, al identificar las propuestas y resoluciones fallidas, hemos observado dos motivos diferenciados. Por un lado, la incompletitud de la producción, es decir, no se explicitan los procedimientos suficientes para obtener la medida, y, por otro lado, la presencia de errores conceptuales en los procedimientos explicitados. Estas estrategias fallidas se describen en la tabla 3.

Tabla 3.
Estrategias fallidas identificadas

Estrategia	*Ejemplo y Descripción*
Propuesta (procedimiento) incompleto	- mesuraria el radi de la circumferència amb una cinta mètrica - aplico la fórmula - [illegible]. - aconseguiria el resultat *(Mediría el radio de la circunferencia con una cinta métrica / Aplico la fórmula / Consigo el resultado).* El procedimiento no muestra errores, pero no se completa al faltar algún procedimiento necesario.

Estrategia	*Ejemplo y Descripción*
Propuesta (procedimiento) con errores conceptuales	 *(Primero hemos cogido una cinta métrica de costura que se puede doblar. Para calcular el diámetro no ha sido necesario utilizar el radio ni ninguna otra medida, ya que solo bordeando el alcorque con la cinta métrica ya nos daba el resultado. Al hacerlo, la cinta métrica no era tan larga, así que lo hemos hecho calculando primero una parte y después colocando el inicio de la cinta métrica hasta el punto final, donde ha acabado la primera medida. El resultado final ha sido 6,02 m).* El procedimiento contiene errores conceptuales como confundir unidades, magnitudes o fórmulas.

Evolución de las estrategias

En esta sección presentamos los resultados del estudio respecto a la forma en la que va evolucionando la proporción de estrategias identificadas anteriormente, a medida que avanzan las fases de la propuesta didáctica, considerando también la respuesta a la pregunta del examen. Los resultados del recuento de estrategias se muestran en tablas que se complementan con los detalles necesarios sobre las trayectorias seguidas por los estudiantes y grupos.

La tabla 4 muestra la frecuencia de las estrategias identificadas en la propuesta individual de la fase 1. La estrategia más común en las propuestas individuales incluye la medida directa de la parte inaccesible del tronco del árbol, que no permite obtener una medida adecuada, al ser imposible de ejecutar. Las propuestas que permiten obtener medidas adecuadas se basan en la medición del perímetro y uso de fórmula del perímetro (con 8 propuestas exitosas), la descomposición en diversas medidas (con 7 propuestas exitosas) y el desplazamiento del diámetro (con 2 propuestas exitosas). Destacamos que 5 de los participantes no desarrollaron ningún tipo de propuesta, con lo que el número de propuestas fallidas se eleva a 51, suponiendo un 75 % del total.

Tabla 4.
Estrategias identificadas en la propuesta individual de la fase 1

Estrategia	*Frecuencia*	*Exitosas*	*Fallidas*
Desplazamiento del diámetro	7 (10,3 %)	2 (3,0 %)	5 (7,4 %)
Medición del perímetro y uso de fórmula perímetro/diámetro	16 (23,5 %)	8 (11,8 %)	8 (11,8 %)
Descomposición en diversas medidas	15 (22,1 %)	7 (10,4 %)	8 (11,8 %)
Medida directa de la parte inaccesible	25 (36,8 %)	---	25 (36,8 %)
No contesta	5 (7,4 %)	---	5 (7,4 %)
Total	68 (100 %)	17 (25 %)	51 (75 %)

Nota: 68 alumnos participantes.

Para observar el impacto del resto de las fases de la propuesta en el desarrollo de estrategias de medida indirecta, recogemos en la tabla 5 el recuento de las estrategias implementadas por cada grupo en cada una de las fases de la actividad, indicando cuántas de ellas han sido categorizadas como exitosas. Entre paréntesis se muestra el porcentaje correspondiente a cada frecuencia anterior, teniendo como referente los 17 grupos que se conformaron durante el desarrollo de la actividad para las fases 2, 3 y 4.

Tabla 5.
Estrategias grupales implementadas en las fases 2, 3 y 4

	Fase 2		*Fase 3*		*Fase 4*	
Estrategia	Frecuencia	Exitosas	Frecuencia	Exitosas	Frecuencia	Exitosas
Desplazamiento del diámetro	4 (23,5 %)	3 (17,6 %)	4 (23,5 %)	4 (23,5 %)	5 (29,4 %)	5 (29,4 %)
Medición del perímetro y uso de fórmula perímetro	6 (35,3 %)	6 (35,3 %)	7 (41,2 %)	6 (35,3 %)	6 (35,3 %)	6 (35,3 %)
Descomposición de medidas	4 (23,5 %)	4 (23,5 %)	6 (35,3 %)	5 (29,4 %)	6 (35,3 %)	6 (35,3 %)
Medida directa de la parte inaccesible	3 (17,6 %)	0	0	0	0	0
No contesta	0	0	0	0	0	0
Total	17 (100 %)	13 (76,5 %)	17 (100 %)	15 (88,2 %)	17 (100 %)	17 (100 %)

Nota: 17 grupos de alumnos.

Si nos centramos específicamente en la transición entre la fase 1 (tabla 4) y la fase 2 (tabla 5), podemos identificar algunos resultados relevantes. Observamos, en primer lugar, que en la fase 2 todos los grupos consiguen generar un procedimiento de medida, aunque solo 13 de ellos están categorizados como exitosos (76,5 %). Al recuperar la configuración de los grupos, observamos que 6 de ellos no tenían ningún estudiante que hubiera generado una propuesta individual exitosa, 6 grupos tenían 1 integrante con una aportación exitosa, cuatro grupos contaban con 2 integrantes con una propuesta exitosa y un grupo tenía 3 integrantes que habían realizado una propuesta individual exitosa. Una mirada desde la perspectiva de las estrategias propuestas previas nos muestra que, de los 6 que no contenían ningún miembro con propuesta exitosa, 3 grupos no consiguen generar una propuesta grupal exitosa. Los otros tres consiguen refinar la propuesta incompleta o con errores conceptuales de uno de sus integrantes hasta hacerla exitosa. Mención especial recibe un grupo particular con 3 miembros que presentan previamente una propuesta individual exitosa, y al generar la propuesta grupal deciden implementar una propuesta basada en una medida directa de la parte inaccesible del árbol. Para los equipos con una propuesta individual exitosa, los 6 grupos la adoptan para hacerla su propuesta grupal. De los 4 grupos con 2 integrantes con propuesta individual exitosa, en dos casos las propuestas son equivalentes, y esta pasa a ser la propuesta grupal; en los dos otros casos las propuestas salen de la elección de una de las dos propuestas. De esta forma se observa que el éxito individual previo conlleva el desarrollo de propuestas grupales exitosas. En este estudio no tenemos información del proceso de negociación desarrollado.

Al analizar la transición entre las fases 2 y 3 (tabla 5), observamos que los 3 grupos que habían propuesto una medida directa de la parte inaccesible se ven forzados a cambiar su estrategia al no poder implementarla sobre el terreno, optando por una estrategia que sí pueda ser implementada. Concretamente, dos de estos grupos eligen la descomposición en diversas medidas, posiblemente porque se

asemeja a su propuesta previa. El tercero de estos grupos se decanta por implementar la medición del perímetro y uso de la fórmula para calcularlo. El número de propuestas exitosas en la fase 3 aumenta hasta 15 de los 17 grupos, suponiendo un 88,2 %. El resto de los grupos ejecuta adecuadamente la propuesta de medida grupal y no se evidencian cambios en sus procedimientos.

Al analizar la transición entre las fases 3 y 4 (tabla 5), a partir de la puesta en común de métodos y resultados, observamos pocos cambios generales. Destacamos que los dos equipos que no habían conseguido una medida adecuada en la fase 3 identifican sus errores conceptuales, los corrigen y hacen una propuesta de mejora adecuada. Con este cambio, los 17 grupos consiguen un procedimiento de medida adecuado en esta fase.

Dado que nuestro interés es poder analizar la evolución del trabajo colaborativo durante la implementación de la actividad, pero también evaluar el impacto sobre los aprendizajes individuales de los futuros maestros, en la tabla 6 se muestra la proporción de estrategias exitosas y fallidas en la propuesta o implementación de la medida del diámetro del alcorque en cada una de las fases de la intervención.

Tabla 6.
Estrategias exitosas y fallidas en cada fase

	Fase 1 *Propuesta individual*	*Fase 2* *Propuesta grupal*	*Fase 3* *Ejecución grupal*	*Fase 4* *Revisión grupal*	*Evaluación individual*
Fallidas	51 (75 %)	4 (23,5 %)	2 (11,8 %)	0 (0 %)	13 (19,1 %)
Exitosas	17 (25 %)	13 (76,5 %)	15 (88,2 %)	17 (100 %)	55 (80,9 %)
Total	68 (100 %)	17 (100 %)	17 (100 %)	17 (100 %)	68 (100 %)

Nota: los porcentajes en la fase 1 y en la evaluación final están calculados usando como referente los 68 estudiantes, y en las fases 2, 3 y 4 se usan como referente los 17 grupos conformados.

Observamos que en la fase 1 el porcentaje de futuros maestros que generan una propuesta de medida individual exitosa es bajo, alcanzando solamente el 25 % de los participantes. Sin embargo, en el momento en el que ponen en común sus propuestas y generan una propuesta grupal (fase 2), el porcentaje de éxito sube al 76,5 % (13 de los 17 grupos), lo que supone un aumento considerable en la cantidad de estudiantes que acceden a propuestas exitosas. Cuando los estudiantes se desplazan al terreno en el que se encuentran los alcorques (fase 3) e implementan su plan para obtener una medida y la reportan, el porcentaje de éxito vuelve a subir al 88,2 % (15 de los 17 grupos). Después de la fase en la que se ponen en común los resultados (fase 4), el 100 % de los grupos consiguen una medida del diámetro del alcorque exitosa, desde el punto de vista tanto del procedimiento como del resultado final obtenido.

Al preguntar posteriormente en la prueba de evaluación sobre el cálculo del área del alcorque, el 80,9 % de los participantes consigue generar una propuesta exitosa que pasa por el cálculo correcto del diámetro o radio. El primer resultado relevante que se deriva de este hecho es que el trabajo grupal y sobre el terreno permite el desarrollo de conocimientos de los estudiantes, pero también enmascara las deficiencias que puedan seguir teniendo algunos de sus componentes, en este caso, de 13 estudiantes que representan el 19,1 % de los participantes. Al revisar la propuesta individual inicial de estos 13 estudiantes (fase 1), observamos que 8 de ellos habían propuesto inicialmente una medida directa de la parte inaccesible, con lo que para ellos la intervención no ha conseguido superar este escollo. Otro de ellos no había generado ninguna propuesta y los cuatro restantes habían presentado propuestas individuales iniciales incompletas o con errores conceptuales, y en la prueba final acaban proponiendo una medida directa de la parte inaccesible.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El presente estudio ha permitido analizar el impacto de una secuencia didáctica centrada en la medida indirecta dentro de la formación inicial de futuros maestros de educación primaria. Los resultados obtenidos muestran hallazgos relevantes en términos tanto de los avances logrados por los participantes como en las limitaciones identificadas, proporcionando una base para futuros trabajos.

El aumento progresivo en la proporción de estrategias exitosas desde la fase inicial (25 %) hasta la fase grupal final (100 %) pone de manifiesto la eficacia de la secuencia didáctica, basada en el diseño colaborativo y contextualizado sobre el terreno. La interacción grupal promovió la discusión y el análisis de estrategias, facilitando que los participantes desarrollaran un conocimiento matemático más robusto sobre medidas indirectas, específicamente sobre la necesidad de tener un procedimiento que les permitieran determinar una medida inaccesible. El trabajo en contextos reales resultó fundamental en este logro. El obstáculo físico del árbol en los alcorques forzó a los participantes a aplicar estrategias alternativas, poniendo de manifiesto las limitaciones de su conocimiento inicial. De esta forma, combinar trabajo individual con grupal (Boavida y Ponte, 2002), así como el trabajo de aula con el trabajo sobre el terreno, se perfila como una estrategia de formación de profesorado efectiva, en línea con lo observado por Segura et al. (2023). En este sentido, concluimos que hemos alcanzado el propósito general del estudio, dando por válida la propuesta didáctica presentada. El desarrollo de las 4 fases de trabajo parece ser una secuencia didáctica eficaz para fortalecer los conocimientos de medida indirecta del alumnado.

Sin embargo, y a pesar del éxito grupal observado, la evaluación individual final reveló que un 19,1 % de los participantes no logró formular estrategias exitosas, lo que sugiere que el aprendizaje colaborativo en el aula puede enmascarar deficiencias individuales. El análisis de las producciones escritas mostró que los participantes con propuestas iniciales no exitosas o incompletas (fase 1) muestran una tendencia superior a fallar en la evaluación final, lo que resalta la necesidad de complementar las actividades grupales con tareas individuales que permitan reforzar y evaluar el aprendizaje de forma personalizada. Esta observación también conecta con las propuestas de Gorgorió y Albarracín (2020), quienes enfatizan la importancia de considerar el conocimiento matemático inicial de los futuros docentes. Si bien las actividades grupales pueden generar avances significativos, es crucial diseñar intervenciones que aseguren la construcción de conocimiento individualmente. Diseñar tareas personalizadas, ofrecer retroalimentación continua y evaluar regularmente el progreso de cada participante son estrategias que pueden asegurar que todos los estudiantes alcancen los objetivos de aprendizaje. Esto nos permite señalar una limitación relevante del presente estudio: el hecho de centrar la discusión grupal de la fase 4 en compartir estrategias exitosas y no exitosas, así como en corregir errores en el proceso de medición indirecta. En este sentido, consideramos que en la fase 4 no se promovió una reflexión profunda sobre aspectos vinculados a la precisión de las medidas directas tomadas, entre otros aspectos. Consideramos que este hecho podría haber enriquecido el análisis de los procedimientos empleados, y quizás hubiera tenido un impacto en aquellos alumnos que no consiguieron formular estrategias exitosas en la prueba de evaluación final. En futuras investigaciones, sería recomendable orientar esta fase hacia una discusión más detallada sobre la calidad de las mediciones realizadas, incluyendo el análisis del uso de instrumentos, la estimación del error y la adecuación de las unidades empleadas. Asimismo, se podría mejorar la comparabilidad de los resultados si todos los grupos trabajaran sobre el mismo alcorque, en lugar de alcorques distintos, lo que permitiría evaluar con mayor precisión la eficacia de las estrategias propuestas.

El análisis de las producciones de los estudiantes muestra también que los futuros maestros participantes presentan en la fase 1 carencias significativas en su conocimiento inicial sobre medida (Gorgorió y Albarracín, 2020), especialmente en relación con conceptos básicos de la medida, como el

uso adecuado de unidades, herramientas y estrategias de resolución de problemas. Este resultado es coherente con estudios previos, en los que hemos observado que el conocimiento sobre medida de los estudiantes que acceden al grado de maestro es de nivel bajo-medio (Rojas et al., 2025), lo que requiere cambios en la enseñanza de la medida en las etapas obligatorias. Sin embargo, los resultados sugieren que las actividades de medida indirecta pueden ser una herramienta efectiva para revisar y fortalecer este conocimiento, permitiendo que superen su visión aritmetizada de la medida (Chamorro y Belmonte, 1988; Smith et al., 2011). En concreto, observamos avances significativos durante el transcurso de la propuesta didáctica en el conocimiento sobre procedimientos de medida, específicamente de longitud por medio del caso de la medida del diámetro del alcorque. Al enfrentarse a un problema que no podía resolverse mediante procedimientos directos, los participantes se vieron obligados a explorar y consensuar estrategias alternativas, como la descomposición de medidas o el uso del perímetro para calcular el diámetro.

Si bien este estudio permite tener una estrategia validada para la enseñanza de la medida con futuros maestros, también sienta las bases para futuras investigaciones que ayuden a confirmar los resultados obtenidos. Por una parte, sería necesario explorar en profundidad si la secuencia de actividades basada en el trabajo colaborativo y sobre el terreno tiene el mismo impacto sobre otros conocimientos de medida, por ejemplo, al incorporar medidas de objetos de dos o tres dimensiones. Por otra parte, un elemento que puede mostrarse como relevante es el uso de instrumentos de medida digitales, ya que facilitan los procedimientos, pero ocultan parcialmente la toma de decisiones esencial en el proceso de medición. Por último, sería necesario establecer un mecanismo para comprobar cómo este conocimiento matemático sobre medida que se puede observar en la evaluación final permite desarrollar conocimientos didácticos sobre medida que permitan superar de forma global el fenómeno de aritmetización de la medida (Chamorro y Belmonte, 1988; Smith et al., 2011).

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha realizado en el marco del grupo de investigación GIPEAM -2021 SGR 00159. Esta publicación es parte del proyecto de I+D+i PID2021-126707NB-I00, financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ y "FEDER Una manera de hacer Europa". Lluís Albarracín es profesor agregado Serra Húnter en la Universitat Autònoma de Barcelona. Durante la recolección de datos, Francisco Rojas fue Investigador Postdoctoral María Zambrano por medio del Programa de Ayudas para la Recualificación del Sistema Universitario Español (RD289/2021), financiado Ministerio de Universidades (España) y por la Unión Europea-Next GenerationEU.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2014). Devising a plan to solve Fermi problems involving large numbers. *Educational Studies in Mathematics*, *86*(1), 79-96. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9528-9

Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*(2), 132-144. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.21.2.0132

Barrantes, M., Barrantes, M. C., & Zamora, V. (2020). *Didáctica de la medida en Primaria*. Universidad de Extremadura.

Boavida, A. M., & Ponte, J. P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. En GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). APM.

Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidós.

Cavey, L. O., & Berenson, S. B. (2005). Learning to teach high school mathematics: Patterns of growth in understanding right triangle trigonometry during lesson plan study. *The Journal of Mathematical Behavior*, *24*(2), 171-190. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.03.001

Caviedes, S., De Gamboa, G., & Badillo, E. (2019). Conexiones matemáticas que establecen maestros en formación al resolver tareas de medida y comparación de áreas. *Praxis*, *15*(1), 69-87. http://dx.doi.org/10.21676/23897856.2984

Caviedes, S., De Gamboa, G., & Badillo, E. (2023). Preservice Teachers' Knowledge Mobilized in Solving Area Tasks. *Journal on Mathematics Education*, *14*(1), 35-54. http://doi.org/10.22342/jme.v14i1.pp35-54

Chamorro, M. C., & Belmonte, J. M. (1988). *El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales*. Síntesis.

Chamorro, M. C. (2003). El tratamiento escolar de las magnitudes y su medida. En M.C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las matemáticas* (pp. 221-244). Pearson.

Chapman, O. (2009). Self-study as a basis of prospective mathematics teachers' learning of problem solving for teaching. En S. Lerman y B. Davis (Eds.), *Mathematical action & structures of noticing* (pp. 163-173). Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789460910319_006

Clements, H. D., & Sarama J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. El enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje*. Learning Tools LLC.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003083528

Cruz-Márquez, G., & Montiel-Espinosa, G. (2024). Medición indirecta de distancias y los significados de las nociones trigonométricas del profesorado de matemáticas en formación inicial. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado. Continuación de la antigua Revista de Escuelas Normales*, *99*(38.2), 137-160. https://doi.org/10.47553/rifop.v99i38.2.99006

Eisenhart, M., Borko, H., Underhill, R., Brown, C., Jones, D., & Agard, P. (1993). Conceptual knowledge falls through the cracks: Complexities of learning to teach mathematics for understanding. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(1), 8-40. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.24.1.0008

Gorgorió, N., & Albarracín, L. (2020). El conocimiento matemático previo a la formación inicial de los maestros: necesidad y concreción de una prueba para su evaluación. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. González-Astudillo (Eds.), *RED8-Educación Matemática y Formación de Profesores* (pp. 111-132). Ediciones Universidad de Salamanca.

Hargreaves, A. (1994). *Changing teaching, changing times: teachers' work and culture in the postmodern age*. Cassel.

International Organization for Standardization (ISO), International Committee for Weights and Measures (CIPM), y International Organization of Legal Metrology (OIML). (2012). *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms* (3rd ed.). Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). https://www.bipm.org/en/publications/guides/vim

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Erlbaum. https://doi.org/10.4324/9781410602589

Mallory, V. S. (1945). *The Construction and Use of Homemade Instruments in Indirect Measurement*. National Council of Teachers of Mathematics, Eighteenth Yearbook, 182-193.

Mengual, E., Gorgorió, N., & Albarracín, L. (2017). Análisis de las actividades propuestas por un libro de texto: El caso de la medida. *REDIMAT*, *6*(2), 136-163. https://doi.org/10.17583/redimat.2017.2415

Ministerio de Educación y Formación Profesional (2022). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, *52*, Sec. 1, p. 24.386.

Montoro, A. B., Aguayo-Arriagada, C. G., & Flores, P. (2021). Measurement in Primary School Mathematics and Science Textbooks. *Mathematics*, *9*(17), 2.127. https://doi.org/10.3390/math9172127

Myers, G. W. (1903). Importance of Indirect Measurement in Elementary Mathematical Teaching. *The Elementary School Teacher*, *3*(6), 368-376. https://doi.org/10.1086/453209

Nortes, M. R., & A. Nortes (2023). Medida de tiempos: un estudio con maestros en formación. *Números*, *113*, 9-24.

NCTM (2000). *Principles and standards for School Mathematics*. NCTM.

Pizarro, N., Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2016). Caracterización de las tareas de estimación y medición de magnitudes. *Números*, *91*, 91-103.

Rojas, F., & Albarracín, L. (2024). Uso de actividades de medidas indirectas en la formación de maestros. *Números*, *116*, 23-42.

Rojas, F., Ubilla, F., Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2025). Identificación del conocimiento matemático inicial de los estudiantes al ingresar al grado de maestro. *BOLEMA*, *39*, 1-21. https://doi.org/10.1590/1980-4415v39a230039

Segura, C., Ferrando, I., & Albarracín, L. (2023). Does collaborative and experiential work influence the solution of real-context estimation problems? A study with prospective teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, *70*, 101040. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101040

Segura, C., & Ferrando, I. (2023). ¿Qué estrategia es mejor para un problema de Fermi? Adaptabilidad de futuros maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, *41*(3), 133-151. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5978

Smith, J. P., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Teppo, A. R. (2011). Learning, teaching, and using measurement: introduction to the issue. *ZDM*, *43*, 617-620. https://doi.org/10.1007/s11858-011-0369-7

Szydlik, J. E., Szydlik, S. D., & Benson, S. R. (2003). Exploring changes in pre-service elementary teachers' mathematical beliefs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *6*, 253-279. https://doi.org/10.1023/A:1025155328511

Van Dooren, W., De Bock, D., De Bolle, E., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2003). Secondary School Students' Improper Proportional Reasoning: The Role of Direct versus Indirect Measures. En *Proceedings of PME* (núm. 27, vol. 2, pp. 293-300).

Wiesner, C. (2022). Doing qualitative and interpretative research: reflecting principles and principled challenges. *Political Research Exchange*, *4*(1), 2127372. https://doi.org/10.1080/2474736X.2022.2127372

Indirect Measurement Strategies: A Collaborative Approach in the Field

Lluís Albarracín, Francisco Rojas, Alba Torregrosa
Departament de Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra (Cerdanyola del Vallès), Barcelona, España.
lluis.albarracin@uab.cat, franciscojavier.rojas@uab.cat, alba.torregrosa@uab.cat
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1387-5573, https://orcid.org/0000-0002-0328-8156, https://orcid.org/0000-0001-7954-3507

This article presents the design and validation of a four-phase collaborative instructional sequence aimed at fostering indirect measurement strategies in prospective primary teachers. By doing so, it addresses a persistent issue in measurement instruction: the arithmetization of measurement, where procedural calculation displaces the development of meaningful strategies, estimation, instrument choice, and attention to precision and error. The intervention was implemented in the first year of a Primary Education degree program for the subject, *Mathematics for Teachers*: *2023–2024*. The cohort contained 68 students who were organized into 17 self-selected groups, each with 3 to 5 members.

The didactic design integrates classroom collaboration with fieldwork in a real context through four phases: (1) students individually propose a procedure to measure an inaccessible length; (2) groups compare and negotiate proposals to produce a consensual plan; (3) groups implement the plan on site using measurement tools and report data, representations, and calculations; and (4) a teacher-guided whole-class discussion supports error identification and the writing of an improved procedure. The study focuses on measuring the diameter of a circular tree pit obstructed by a trunk, making direct measurement impossible. Transfer was explored through a final-exam question administered six weeks later, which asked students to describe two procedures to measure the area of a tree pit and to identify the one that is more precise.

Adopting a qualitative interpretive methodology, each written production (both individually and as part of a group) was coded by the strategy proposed/implemented and classified as successful when the chained procedures could yield an adequate diameter, or unsuccessful when incomplete or conceptually flawed. Three families of successful indirect strategies were identified: (a) diameter displacement (shifting the diameter while conserving distance), (b) measuring the circumference and applying the circle-perimeter relationship to derive the diameter, and (c) decomposing the diameter into measurable segments coordinated with displacement and/or circumference-based reasoning. Unsuccessful approaches often relied on attempting to measure the inaccessible part directly or omitted necessary steps.

Results show a clear improvement across phases: only 25% of individual proposals were successful, which increased to 76.5% after group consensus, 88.2% during field implementation, and 100% after the revision phase. Fieldwork played a key role because the physical constraint forced groups to abandon non-implementable direct approaches and adapt strategies to the real situation. In the delayed individual assessment, 80.9% of students successfully transferred their learning. Nevertheless, 19.1% still failed, often by reverting to direct-measurement assumptions, which suggests that group success can mask unresolved individual difficulties.

The study concludes that combining individual thinking, collaborative negotiation, and authentic measurement in the field effectively strengthens prospective teachers' indirect measurement strategies and promotes more connected meanings of measurement.

At the same time, it underscores the need to complement group work with targeted individual tasks and feedback, and to deepen collective reflection on measurement quality (instrument selection, units, estimation, and error or precision), since the final discussion emphasized comparing strategies more than analyzing accuracy.